**ГПОУ ТО**

**«Тульский государственный технологический колледж»**

 **Учебно-методическое пособие**

**по алгебре и началам анализа для студентов**

**по теме: «Показательные уравнения ».**

 Разработала преподаватель математики ТГТК

 ***Родимушкина Наталия Юрьевна***

Тула

 Данное учебно-методическое пособие разработано в помощь студентам. В начале пособия повторяется необходимый материал школьного курса, затем вводятся основные понятия и формулы, приводятся подробные решения типовых заданий. Материал изложен подробно и доступно. Для закрепления материала в содержание работы входят задания для самостоятельного решения по двум вариантам и многовариантная зачётная работа.

 Пособие можно использовать на уроках как при изучении новых знаний , так и при повторении и закреплении изученного материала, для подготовки к контрольным работам и к экзамену.

 Пособие будет полезно и студентам, самостоятельно изучающим данную математическую тему.

**Показательные уравнения**

**Степени** (повторение)

**Степенью числа** $a$ **с натуральным показателем n** называется число, полученное в результате умножения числа $a$на себя **n** раз ,

то есть $a^{n}=a∙a∙a∙….∙a$

Примеры : $3^{2}=3∙3=9$

 $3^{3}=3∙3∙3=27$

 $3^{4}=3∙3∙3∙3=81$

$a^{0}=1$, где a≠0 $a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$, где a≠0

 **Свойства степеней**

Для любых a≠0 , b≠0 и для любых натуральных n и m справедливы равенства

 $a^{n}∙a^{m}=a^{n+m}$

$\frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m}$

$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n∙m}$

$\left(ab\right)^{n}=a^{n}∙b^{n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\frac{a^{n}}{b^{n}}$

Все свойства степеней с натуральными показателями справедливы

 и для степеней с любыми целыми показателями.

**Степень с рациональным показателем.**

**Степенью числа** $a \left(где a>0\right)$ **с рациональным показателем** $ r=\frac{m}{n}$ , где

m- целое число , n-натуральное число ( n>1 ), называется число $ \sqrt[n]{a^{m}}$

 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}$

**Все свойства степеней с натуральными показателями справедливы**

 **и для степеней с любыми рациональными показателями.**

 **Решение показательных уравнений**

**Определение: показательное уравнение**-это уравнение, содержащее неизвестную

 величину в показателе степени.

**Определение: простейшим показательным уравнением** называется уравнение

вида $a^{x}=b$ **,** где $a>0, a\ne 1 , b>0$

**Очень важно:** если $b\leq 0 $, то уравнение $a^{x}=b$**не имеет решений .**

Простейшее показательное уравнение $a^{f(x)}=b $**,** приводится к уравнению вида $ a^{f(x)}=a^{g(x)}$ **,** которое равносильноуравнению $f\left(x\right)=g(x)$

**Пример № 1** Решите уравнение $5^{x}=25$

*Решение:* $5^{x}=25$ ,

 $5^{x}=5^{2}$ ,

 $x=2$

*Ответ:* $x=2$

**Пример № 2** Решите уравнение $5^{2x-6}=25$

*Решение:* $5^{2x-6}=25$ ,

 $5^{2x-6}=5^{2}$ ,

 $2x-6=2$

 $ 2x=2+6$

 $2x=8$

 $x=8:2$

 $x=4$

*Ответ:* $x=4$

**Пример № 3** Решите уравнение $5^{x}=1$

*Решение:* $5^{x}=1$ , применим формулу $ a^{0}=1$

 $5^{x}=5^{0}$ ,

 $x=0$

*Ответ:* $x=0$

**Пример № 4** Решите уравнение $5^{x}=\frac{1}{25}$

 *Решение:* $5^{x}=$ $\frac{1}{25} $,

 $5^{x}=$ $\frac{1}{5^{2}}$ , применим формулу $ a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}$

 $5^{x}=5^{-2}$ ,

 $x=-2$

*Ответ:* $x=-2$

**Пример № 5** Решите уравнение $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=\frac{1}{25}$

  *Решение:* $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=\frac{1}{25}$

 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$$=\left(\frac{1}{5}\right)^{2}$

$x=2$

 *Ответ:* $x=2$

**Пример № 6** Решите уравнение $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=25$

  *Решение:* $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=25$

 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=5^{2}$

 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=\left(\frac{5}{1}\right)^{2}$ , применим формулу $ \left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

 $x=-2$

 *Ответ:* $x=-2$

**Пример № 7** Решите уравнение $\left(\frac{2}{5}\right)^{x}=\frac{25}{4}$

  *Решение:* $\left(\frac{2}{5}\right)^{x}=\frac{25}{4}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{x}=\left(\frac{5}{2}\right)^{2}$ *,* применим формулу $ \left(\frac{a}{b}\right)^{n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^{x}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

 $x=-2$

 *Ответ:* $x=-2$

**Пример № 8** Решите уравнение $\sqrt[3]{4^{x}}=32$

  *Решение:* $\sqrt[3]{4^{x}}=32$

$\sqrt[3]{\left(2^{2}\right)^{x}}=2^{5} $*,* применим формулу $\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n∙m}$

$\sqrt[3]{2^{2∙x}}=2^{5}$ *,* применим формулу $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}$

 $2^{\frac{2∙x}{3}}=2^{5}$

 $\frac{2∙x}{3}=5$ ( умножим левую и правую части на 3 )

 $\frac{3∙2∙x}{3}=3∙5$

 $2∙x=15$

 $x=15:2$

 $x=7,5$

 *Ответ:* $x=7,5$

**Пример № 9** Решите уравнение $3^{x+1}-2∙3^{x-2}=225$

  *Решение:* $3^{x+1}-2∙3^{x-2}=225$ , применим формулы $ a^{n}∙a^{m}=a^{n+m}$

 $\frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m}$

$3^{x}∙3^{1}-2∙\frac{3^{x}}{3^{2}}=225$( вынесем общий множитель $3^{x}$ за скобки )

 $3^{x}∙(3^{1}-2∙\frac{1}{3^{2}})=225$

 $3^{x}∙(3-\frac{2∙1}{3^{2}} )=225$

 $3^{x}∙(3-\frac{2}{9} )=225$

 $3^{x}∙( \frac{3}{1}-\frac{2}{9} )=225$ ( приведем дроби к общему знаменателю 9 )

 $3^{x}∙( \frac{9∙3}{9∙1}-\frac{2}{9} )=225$

 $ 3^{x}∙( \frac{27}{9}-\frac{2}{9} )=225$

 $3^{x}∙\frac{25}{9}=225$

 $3^{x}=225:\frac{25}{9}$

 $ 3^{x}=\frac{225}{1}:\frac{25}{9}$

 $ 3^{x}=\frac{225}{1}∙\frac{9}{25}$

 $ 3^{x}=\frac{225∙9}{1∙25}$ (сократим числитель и знаменаталь дроби на 25 )

 $ 3^{x}=\frac{9∙9}{1∙1}$

 $3^{x}=81$

 $ 3^{x}=3^{4}$

 $x=4$

 *Ответ:* $x=4$

 **Задания для самостоятельного решения.**

Решите показательные уравнения.

 **1 вариант 2 вариант**

1. $4^{x}=16$ 1) $3^{x}=9$
2. $3^{2x-8}=9$ 2) $4^{3x-4}=16$
3. $4^{x}=1$ 3) $3^{x}=1$
4. $3^{x}=\frac{1}{9}$ 4) $4^{x}=\frac{1}{16}$
5. $\left(\frac{1}{4}\right)^{x}=\frac{1}{16}$ 5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=\frac{1}{9}$
6. $\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=9$ 6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{x}=16$
7. $\left(\frac{3}{5}\right)^{x}=\frac{25}{9}$ 7) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x}=\frac{9}{4}$
8. $\sqrt[3]{9^{x}}=27$ 8)$\sqrt[3]{25^{x}}=125$
9. $4^{x+1}-5∙4^{x-1}=44$ 9) $2^{x+1}-3∙2^{x-1}=4$

10)$ 49^{x}-8∙7^{x}+7=0$ 10) $100^{x}-11∙10^{x}+10=0$

11)$ 4^{x}-5∙2^{x}+4=0$ 11) $9^{x}-8∙3^{x}-9=0$

12)$ 3^{x+1}+3^{x}=36$ 12) 2∙$4^{x+1}-4^{x}=112$

13) 8∙$2^{x-1}-2^{x}=3$ 13) 9∙$3^{x-1}+3^{x}=4$

14) 5∙$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}=162$ 14) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}-\left(\frac{1}{5}\right)^{x+1}=4,8$