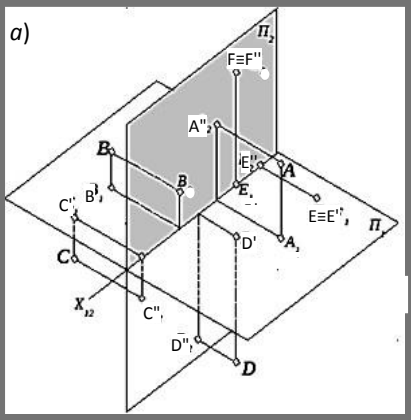
Основы начертательной геометрии

Гражданкина Т.В.



2023

Государственное профессиональное образовательное учреждение Тульской области

«Тульский государственный технологический колледж»

Основы начертательной геометрии

Учебное пособие
для студентов специальности
25.02.08 «Эксплуатация беспилотных авиационных систем»

Преподаватель ТГТК Гражданкина Т.В.

2023

Содержание

Введение……..……4
1 Основные теоретические сведения…….....5
1.1 Методы проецирования..…….……..5
1.1.1 Центральное проецирование……...5
1.1.2 Параллельное проецирование……..….6
1.1.3 Прямоугольное проецирование. Метод Монжа…….....7
1.1.4 Инвариантные свойства ортогонального проецирования8
1.2 Комплексный чертёж точки ……..12
1.2.1 Проецирование точки на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций……12
1.2.2 Проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости проекций…….. 14
1.3 Проецирование прямой линии …….….....16
1.3.1 Изображение прямых линий на чертеже. Прямые общего и частного положения..…….……....16
1.3.2 Следы прямой линии……20
1.3.3 Взаимное положение прямых линий……21
1.3.4 Принадлежность точки прямой линии……..…...23
1.4 Плоскость…….……23
1.4.1Способы задания плоскости на чертеже……23
2 Общие методические рекомендации и требования к выполнению РГР……25
3 Индивидуальные задания РГР с примерами решений..…… 26
3.1 Индивидуальное задание РГЗ №1……...26
Библиографический список ……..29
Приложение……30
Приложение А. Таблица А.1 - Исходные данные для РГЗ (координаты вершин треугольников *ABC* и *DEK)*……31

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия изучает различные методы и способы построения изображений геометрических объектов на плоскости и решения пространственных задач по изображениям этих объектов.

Учебное пособие содержит основные теоретические сведения и методические рекомендации по выполнению индивидуальных расчётно- графических заданий (РГЗ) согласно своему варианту.

Большинство задач, решаемых студентами в начертательной геометрии, помогут развить пространственное воображение.

1 ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Не всякое изображение предмета на листе бумаги позволяет точно определить его геометрическую форму и размеры. Поэтому необходимо, чтобы изображение предмета на чертеже было построено по определённым геометрическим правилам, позволяющим от плоских форм переходить к пространственным формам изображаемого предмета и наоборот. Такое геометрически закономерное изображение пространственного предмета на плоскости достигается с помощью **метода проецирования**, который и является методом начертательной геометрии.

Проецирование (лат. Projicio – бросаю вперёд) – процесс получения изображения предмета (пространственного объекта) на какой-либо поверхности с помощью световых или зрительных лучей (лучей, условно соединяющих глаз наблюдателя с какой-либо точкой пространственного объекта), которые называются проецирующими лучами.

Известны два основных способа проецирования:

1) центральное проецирование;

2) параллельное проецирование.

1.1.1 Центральное проецирование

Выберем в пространстве плоскость $\boldsymbol{\pi}$ и точку $\boldsymbol{S}$, не лежащую в плоскости $\boldsymbol{\pi}$ (рисунок 1.1, *а*). Плоскость $\boldsymbol{\pi}$ называется ***плоскостью проекций***, а точка $\boldsymbol{S}$ - ***центром проецирования***.

При центральном проецировании все проецирующие прямые проходят через центр проецирования (точку $\boldsymbol{S}$). Для построения проекции некоторой точки $\boldsymbol{A}$ следует через центр проецирования $\boldsymbol{S}$ заданную точку $\boldsymbol{A}$ провести прямую до пересечения её с плоскостью проекций $\boldsymbol{\pi}$ в точке $\boldsymbol{A'}$. Точка $\boldsymbol{A'}$ называется ***центральной проекцией*** точки $\boldsymbol{A}$, а прямая, проходящая через точки $\boldsymbol{S}$ и $\boldsymbol{A}$ - ***проецирующей прямой***. Аналогично можно найти проекции любой точки пространства, например, точки $\boldsymbol{B}$ и точки $\boldsymbol{C}$. Точка $\boldsymbol{C}$ лежит в плоскости проекций, поэтому её проекция совпадает с самой точкой.

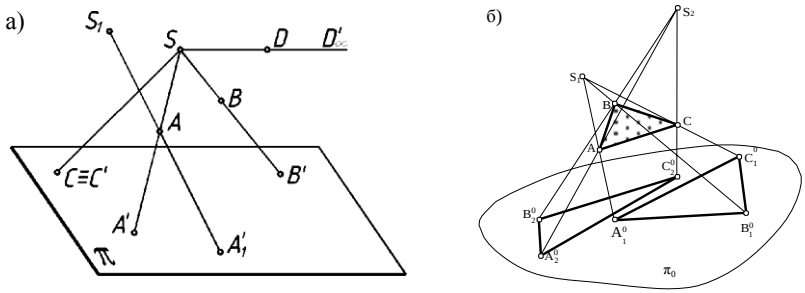


Рисунок 1.1 - Центральное проецирование

Если точка ***D*** будет расположена таким образом, что её проецирующая прямая ***SD*** параллельна плоскости проекций ***π***, то мы не сможем найти её проекцию. Таких точек бесчисленное множество, все они принадлежат плоскости параллельной плоскости проекций ***π***.

На рисунке 1.1, *б* показано центральное проецирование треугольника ABC. Положение и размеры проекции зависят от направления проецирования и не дают однозначного представления об истинных размерах и положении в пространстве треугольника ABC.

Метод центрального проецирования – применяется главным образом при выполнении перспективных изображений строительных объектов, интерьеров, а также в кинотехнике и оптике.

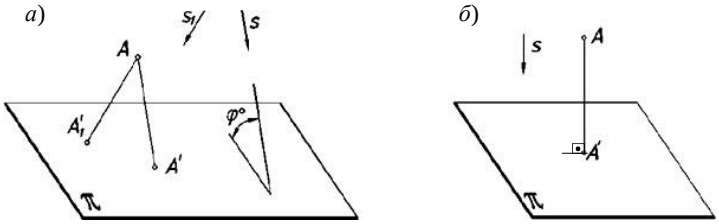
1.1.2 Параллельное проецирование

Параллельное проецирование получается из центрального, если за центр проецирования принять бесконечно удалённую точку. В этом случае проецирующие прямые будут параллельны между собой. Направление проецирования ***s*** и плоскость проекций ***π*** определяют аппарат метода проецирования (рисунок 1.2).

Так же, как и при центральном проецировании, одна проекция точки не определяет положение этой точки в пространстве. Для получения её второй проекции необходимо задать ещё одно направление проецирования s_1 (рисунок 1.2).

В зависимости от величины угла между лучом и плоскостью возможны два принципиально отличных варианта проекций точки:

- ·значение угла φ не равно 90°, тогда проекция точки называется ***косоугольной*** (рисунок 1.2, *а*);
- ·значение угла φ равно 90° (прямой угол), тогда проекция называется ***прямоугольной***, или ***ортогональной*** (от греч. orthogonios - прямоугольный) (рисунок 1.2, *б*).



а - косоугольное; *б* - ортогональное

Рисунок 1.2 - Метод параллельного проецирования

1.1.3 Прямоугольное проецирование. Метод Монжа

Если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций, то проецирование называется ***прямоугольным*** или ***ортогональным***. При ортогональном проецировании проекцией ***A'*** точки ***A*** на плоскость является основание перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость (рисунок 1.2, *б*).

Основоположником ортогонального проецирования считается французский учёный Гаспар Монж (рисунок 1.3).

Рисунок 1.3 - Основоположник начертательной геометрии **Гаспар Монж** (1746-1818)

Метод Монжа (гр. methodos - теория, учение) - научно обоснованная система построения изображений предмета. Основой метода является проецирование предмета на взаимно перпендикулярные плоскости проекций.

Суть метода прямоугольных проекций состоит в том, что оригинал ортогонально проецируют на **2** или **3** взаимно перпендикулярные плоскости проекций, а затем совмещают их с плоскостью чертежа (рисунок 1.4).

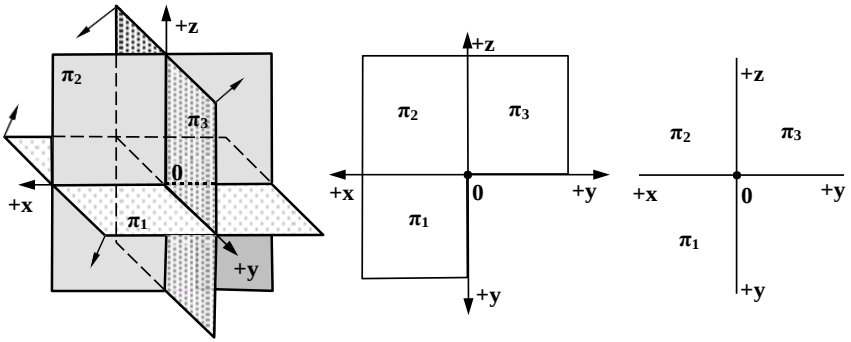


Рисунок 1.4 - Преобразование пространственной системы координат в плоскую (эпюр Монжа)

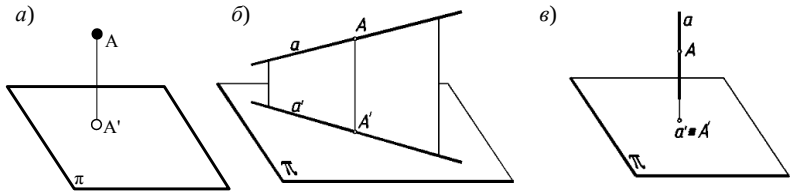
Ортогональное проецирование имеет ряд преимуществ перед другими методами проецирования. К ним относятся простота геометрических построений ортогональных проекций точек и сохранение на проекциях при определённых условиях формы и размеров проецируемой фигуры.

1.1.4 Инвариантные свойства ортогонального проецирования

Различают следующие свойства ортогонального проецирования:

Свойство 1. *Ортогональная проекция точки есть точка* (рисунок 1.2, *а*).

Из свойства 1 следует, что в общем случае ортогональная проекция прямой на плоскость есть прямая (рисунок 1.5, *б*). В частном случае, когда прямая перпендикулярна плоскости проекции, она проецируется в точку (рисунок 1.5, *в*:



а - проецирование точки; *б, в* - проецирование прямой

Рисунок 1.5 - Проецирование точки, прямой линии

Свойство 2. *Если фигура $Ф_1$ принадлежит фигуре Ф, то ортогональная проекция фигуры $Ф_1'$ также принадлежит ортогональной проекции фигуры Ф'.*

Треугольник $Ф_1$ принадлежит четырёхугольнику Ф, поэтому, проекция $Ф_1'$ принадлежит проекции Ф' ($Ф_1 \subset \mathbf{Ф} \Rightarrow Ф'_1 \subset Ф'$) (рисунок 1.6).

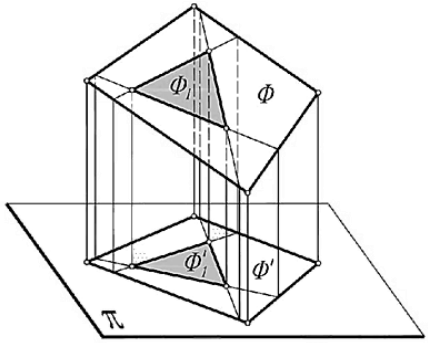


Рисунок 1.6 - Иллюстрация свойства 2

Из свойства 2 следует:

а) если точка ***A*** принадлежит линии ***l***, то ортогональная проекция точки ***A'*** принадлежит ортогональной проекции линии ***l'*** (рисунок 1.7);

б) если точка ***A*** принадлежит линии ***l***, которая, в свою очередь, принадлежит поверхности ***β***, то ортогональная проекция точки ***A'*** также принадлежит ортогональной проекции линии ***l'***, которая, в свою очередь, принадлежит ортогональной проекции ***β'*** поверхности (рисунок 1.8);

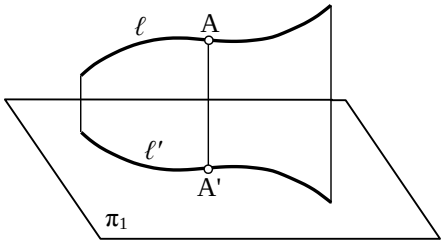


Рисунок 1.7 - Принадлежность точки линии

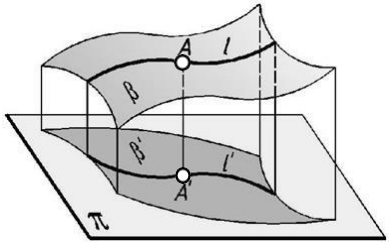


Рисунок 1.8 - Принадлежность точки линии, принадлежащей поверхности

в) если прямые ***a*** и ***b*** пересекаются в точке ***K***, то проекции этих прямых ***a'*** и ***b'*** пересекаются в точке ***K'***, являющейся ортогональной проекцией точки ***K*** (рисунок 1.9);

г) если прямые ***a*** и ***b*** параллельны между собой и не перпендикулярны плоскости проекции, то параллельны и их ортогональные проекции на эту плоскость (рисунок 1.10);

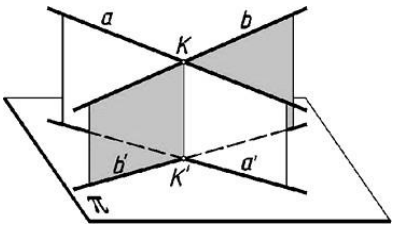


Рисунок 1.9 - Пересекающиеся прямые

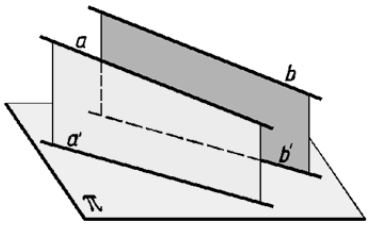


Рисунок 1.10 - Параллельные прямые

д) если отрезок ***AB*** параллелен отрезку ***CD***, то отношение длин отрезков равно отношению длин их ортогональных проекций (рисунок 1.11);

е) если точка ***B*** принадлежит отрезку ***AC*** и делит его в некотором отношении, то и проекция ***B'*** делит проекции отрезка в том же самом отношении (рисунок 1.12).

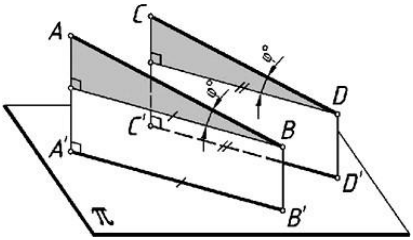


Рисунок 1.11 - Равенство отношений длин параллельных прямых и их проекций

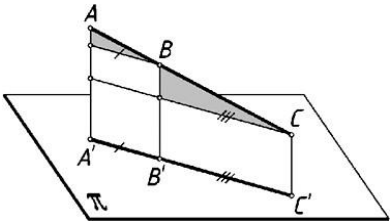


Рисунок 1.12 - Равенство отношений частей отрезка и частей его проекции

Второе свойство предоставляет возможность решать **позиционные задачи,** т. е. задачи на принадлежность и пересечение геометрических фигур.

Свойство 3. *Если фигура Ф принадлежит плоскости β, параллельной плоскости проекции π, то ортогональная проекция Ф′ этой фигуры на плоскость π конгруэнтна самой фигуре Ф* (рисунок 1.13).

В евклидовой геометрии две фигуры называются конгруэнтными, если одна из них может быть переведена в другую сдвигом, вращением и зеркальным отображением (или их композицией)

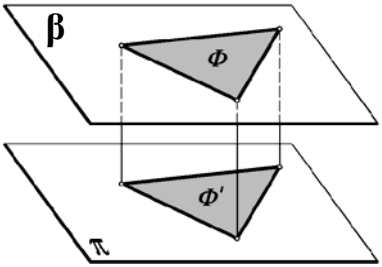


Рисунок 1.13 - Конгруэнтность фигуры и её проекции

Третье свойство даёт возможность решать **метрические задачи,** к которым относятся задачи, связанные с определением истинных (натуральных) величин расстояний, углов и плоских фигур на комплексном чертеже.

1.2 КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЁЖ ТОЧКИ

Наибольшее применение в технической практике получил чертёж, составленный из двух или более связанных между собой ортогональных проекций изображаемого объекта-оригинала. Такой чертёж называется ***комплексным чертежом***.

Принцип образования такого чертежа состоит в том, что объект проецируется на две (или несколько) взаимно перпендикулярные плоскости проекций, которые затем совмещают с плоскостью чертежа (см. метод Монжа).

1.2.1 Проецирование точки на две взаимно перпендикуляр- ные плоскости проекций

При ортогональном проецировании неопределённость изображения какого-либо предмета на одной плоскости можно устранить, дополнив его изображением этого же предмета на другой плоскости, не параллельной первой. Гаспар Монж предложил применять проецирование на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рисунок 1.14).

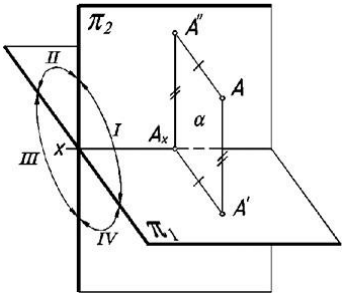


Рисунок 1.14 - Проекции точки в пространственной системе двух плоскостей проекций

Плоскость проекций, расположенную горизонтально, называют <u>*горизонтальной плоскостью проекций*</u> и обозначают $\boldsymbol{\pi_1}$.

Плоскость проекций, расположенную вертикально, называют <u>*фронтальной плоскостью проекций*</u> и обозначают $\boldsymbol{\pi_2}$.

Плоскости проекций пересекаются между собой по прямой ***x***, называемой <u>*осью проекций*</u>. Ось проекций делит каждую из плоскостей проекций на две части, называемые *полами плоскостей проекций.* У горизонтальной плоскости проекций различают переднюю и заднюю полы, а у фронтальной - верхнюю и нижнюю.

Всё пространство двумя плоскостями проекций делится на четыре части, называемые ***четвертями*** или ***квадрантами*** пространства (на рисунке 1.15 они обозначены римскими цифрами).

Проекцию точки на горизонтальную плоскость проекций называют *горизонтальной проекцией точки* ***A*** и обозначают той же буквой, что и точку, только со штрихом - ***A'***.

Проекцию точки на фронтальную плоскость проекций называют *фронтальной проекцией точки* ***A*** и обозначают той же буквой, что и точку, только с двумя штрихами - ***A"***.

Проецирующие прямые ***AA'*** и ***AA"*** образуют плоскость ***α***, перпендикулярную горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций, следовательно, и оси проекций ***x***. Пересечение плоскости ***α*** с осью проекций ***x*** обозначают той же буквой, что и проецируемую точку, но с индексом ***x*** - A_x.

Положение точки в пространстве задаётся двумя её проекциями на чертеже. Можно привязать систему плоскостей проекций к декартовой системе координат. Для этого нужно выбрать любую точку ***O*** на оси "***x***" в качестве начала координат и провести через неё оси "***y***" и "***z***", расположив их в плоскостях проекций π_1 и π_2 (рисунок 1.15, *а*). Тогда любую пространственную точку и её проекции можно задавать координатами ***x, y*** и ***z.***

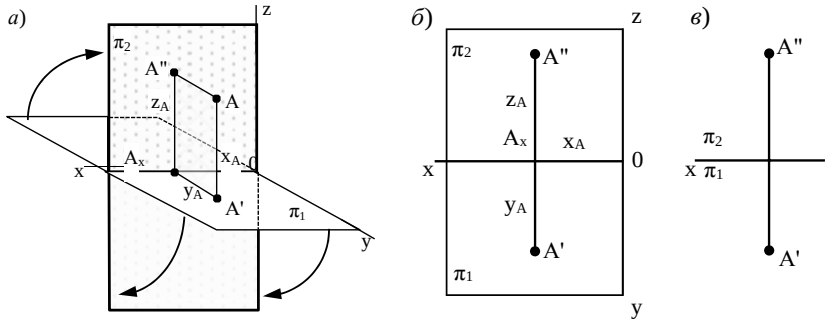


Рисунок 1.15 - Проецирование точки в системе координат двух плоскостей проекций

Координата "***y***" точки показывает расстояние от точки до фронтальной плоскости проекций. Координата "***y***" - положительна, если точка расположена перед фронтальной плоскостью проекций, и отрицательна, если точка расположена за фронтальной плоскостью

проекций.

Координата "z'' точки показывает расстояние от точки до горизонтальной плоскости проекций. Координата "z'' положительна, если точка расположена над горизонтальной плоскостью проекций, и отрицательна, если точка расположена под горизонтальной плоскостью проекций.

Для перехода от пространственной модели к проекционному чертежу горизонтальную плоскость проекций поворачивают вокруг оси проекций x до совмещения с фронтальной плоскостью проекций (рисунок 1.15, *б*).

Так как отрезки $A''A_x$ и $A'A_x$ перпендикулярны оси проекций x и проходят через одну и ту же точку A_x, фронтальная A'' и горизонтальная A' проекции точки A лежат на одном перпендикуляре к оси проекций x. Этот перпендикуляр называется *вертикальной линией связи* между проекциями точки.

В окончательном виде проекционный чертёж выглядит так, как представлено на рисунке 1.15, *в*. Плоскости проекций не ограничивают рамками, т. к. они безграничны. Обозначения плоскостей проекций не наносят, т. к. в любом месте чертежа присутствуют точки и той и другой плоскости. Оси координат y и z не показывают, чтобы не загромождать чертёж. Не обозначают также осевые проекции точек.

1.2.2 Проецирование точки на три взаимно перпендикуляр- ные плоскости проекций

Две плоскости не всегда позволяют решить какие-то графические задачи или построить машиностроительный чертёж. Иногда требуется введение третьей плоскости проекций.

Третью плоскость проекций вводят перпендикулярно как фронтальной, так и горизонтальной плоскостям проекций. Её называют *профильной плоскостью проекций* и обозначают π_3 (рисунок 1.16).

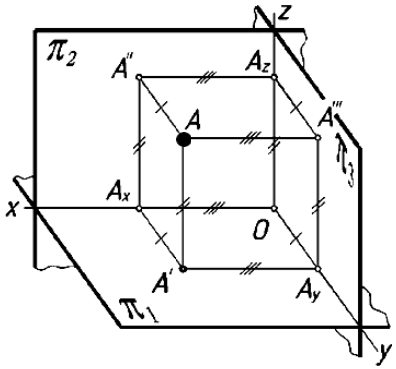


Рисунок 1.16 - Проецирование точки в пространственной системе координат трёх плоскостей проекций

Горизонтальная и профильная плоскости проекций пересекаются по прямой, которую называют *осью проекций* ***y***. Фронтальная и профильная плоскости проекций пересекаются по прямой, которую называют *осью проекций* ***z***. Все оси проекций пересекаются в точке ***O***, которую принимают за начало координат.

Всё пространство тремя плоскостями проекций делится на восемь частей, называемых ***октантами***.

Для нахождения профильной проекции точки ***A*** необходимо из этой точки опустить перпендикуляр на плоскость проекций π_3. Профильную проекцию точки обозначают той же буквой, что и точку, но с тремя штрихами ***(A''')***.

В пространстве расстояние от точки до профильной плоскости проекций определяет координата "***x***", равная по величине отрезку ***AA'''***. Координата ***x*** положительна, если точка расположена слева от профильной плоскости проекций, и отрицательна, если точка расположена справа от неё.

Положение точки в системе трёх плоскостей проекций определяется тремя координатами: ***x, y, z***:

$$|x| = |AA'''| = |A''A_z| = |A'A_y| = |A_xO|,$$
$$|y| = |AA''| = |A'A_x| = |A'''A_z| = |A_yO|, \qquad (1.1)$$
$$|z| = |AA'| = |A''A_x| = |A'''A_y| = |A_zO|.$$

Для перехода к плоскому чертежу горизонтальную плоскость проекций совмещают фронтальной плоскостью проекций так же, как при образовании чертежа на две плоскости проекций, а профильную плоскость проекций поворачивают вокруг оси проекций **z** до совмещения с фронтальной плоскостью проекций (рисунок 1.17).

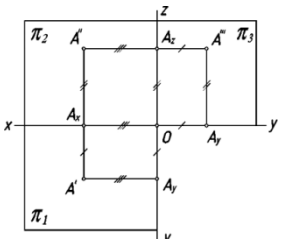


Рисунок 1.17 - Плоский чертёж проекций точки

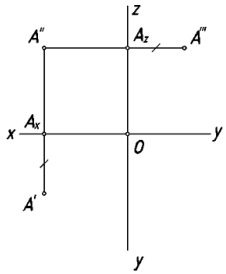


Рисунок 1.18 - Проекции точки в первом октанте

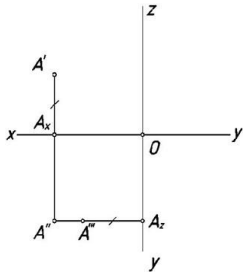


Рисунок 1.19 - Проекции точки в четвёртом октанте

Окончательно чертёж точки на чертеже на три плоскости проекций выглядит так, как показано на рисунках 1.17 и 1.18.

Так как прямые $A''A_Z$ и $A'''A_Z$ перпендикулярны оси проекций **z** и проходят через одну и ту же точку A_Z, фронтальная A'' и профильная A''' проекции точки A лежат на одном перпендикуляре к оси проекций **z.** Этот перпендикуляр является *горизонтальной линией связи* между фронтальной и профильной проекциями точки.

Для построения профильной проекции точки по двум её заданным проекциям следует руководствоваться следующим правилом:

1) из фронтальной проекции точки провести прямую, перпендикулярную оси проекций ***z*** (горизонтальная линия связи);

2) на проведённой прямой от оси проекций ***z*** отложить отрезок, равный по величине координате ***y*** точки (при положительном значении координаты ***y*** - вправо, а при отрицательном - влево).

Такое правило удобно использовать при нахождении профильной проекции точки, расположенной в любом октанте. На рисунке 1.18 представлен чертёж точки, находящейся в первом октанте (здесь координата ***y*** положительна, поэтому отложена вправо от оси ***z***). На рисунке 1.19 показано нахождение профильной проекции точки, расположенной в третьем октанте (здесь координата ***y*** отрицательна, поэтому отложена влево от оси ***z***): $|A'''A_Z| = |A'A_x|$

1.3 ПРОЕЦИРОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

1.3.1 Изображение прямых линий на чертеже. Прямые об- щего и частного положения

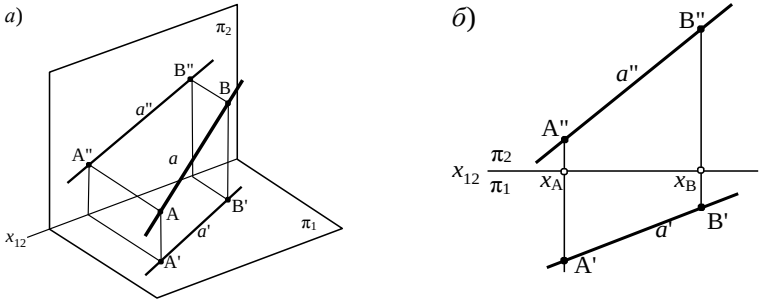
В зависимости от положения прямых относительно плоскостей

проекций различают прямые: 1) общего положения и 2) прямые частного положения.

Прямая общего положения – прямая, наклонённая под произвольными углами ко всем трём плоскостям проекций (рисунок 1.20).

Прямые частного положения. Среди прямых частного положения различают: 1) линии уровня и 2) проецирующие прямые.

Линии уровня. *Прямые линии, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются линиями уровня.*



прямая *a*, [отрезок (AB)] – прямая и отрезок общего положения;
a' [(A'B')] – горизонтальная проекция прямой *a*, отрезка (AB) ;
a" [(A"B")] – фронтальная проекция прямой *a* , отрезка (AB)

Рисунок 1.20 - Прямая общего положения.
Комплексный чертёж прямой общего положения

Горизонталь h – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций $h \parallel \pi_1$ (рисунок 1.22).

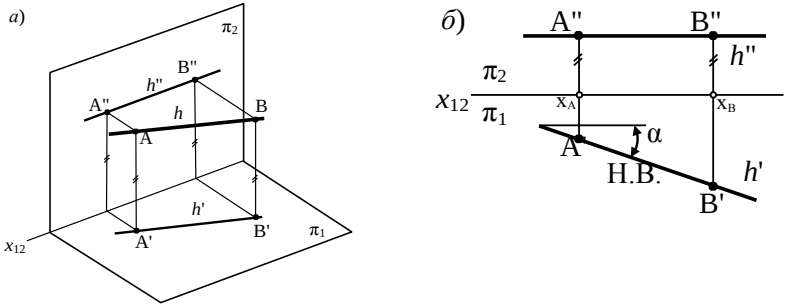


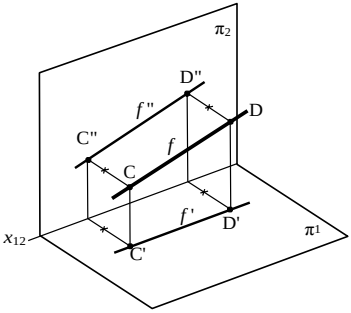
Рисунок 1.21 - Горизонталь. Комплексный чертёж горизонтали

Поскольку высоты всех точек горизонтали равны между собой AA' = BB' = …, то h'' ∥ x_{12}.

Любой отрезок горизонтали проецируется на π_1 в натуральную величину (Н.В.): [A'B']=[AB] . Угол наклона h к π_2 также проецируется на π_1 в натуральную величину: ∠α'=∠α=∠$h'\pi_2$.

Фронталь f – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций $f \parallel \pi_2$ (рисунок 1.22).

а)



б)

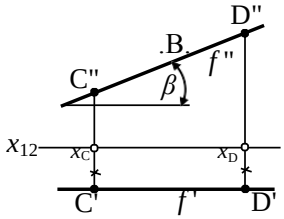


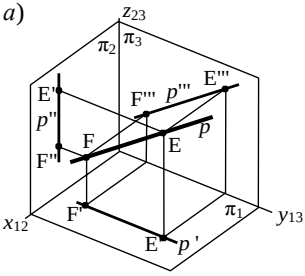
Рисунок 1.22 - Фронталь. Комплексный чертёж фронтали

Поскольку глубина всех точек фронтали одинакова CC"=DD"=.., то f' ∥ x_{12} (на чертеже отмечены крестиками).

Отрезки фронтали и угол наклона к плоскости π_1 проецируются на π_2 в натуральную величину: [C"D"] =[CD] и ∠β "=∠β=∠$f\pi_1$.

Профильная прямая p – прямая, параллельная профильной плоскости проекций $p \parallel \pi_3$ (рисунок 1.23).

а)



б)

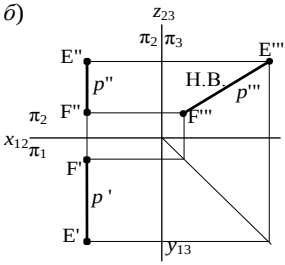


Рисунок 1.23 - Профильная прямая. Комплексный чертёж профильной прямой

Поскольку широта всех точек профильной прямой одинакова EE'''=FF'''=…, то $p'' \parallel z_{23}$ и $p' \parallel y_{13}$.

Отрезки профильной прямой и углы наклона к плоскостям π_1 и π_2 проецируются на π_3 в натуральную величину: [E'''F'''] = [EF]; $\angle\tau'''=\angle\tau=\angle p\ \pi_1$ $\angle\varphi'''=\angle\varphi=\angle p\ \pi_2$.

Проецирующие прямые. *Прямая линия, перпендикулярная одной из плоскостей проекций или параллельная направлению проецирования, называется проецирующей.*

Горизонтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций $a \perp \pi_1$ (рисунок 1.24).

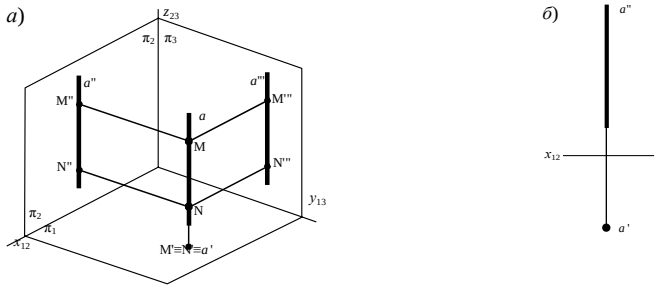


Рисунок 1.24 - Горизонтально-проецирующая прямая.
Комплексный чертёж горизонтально-проецирующей прямой

Фронтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций $b \perp \pi_2$ (рисунок 1.25).

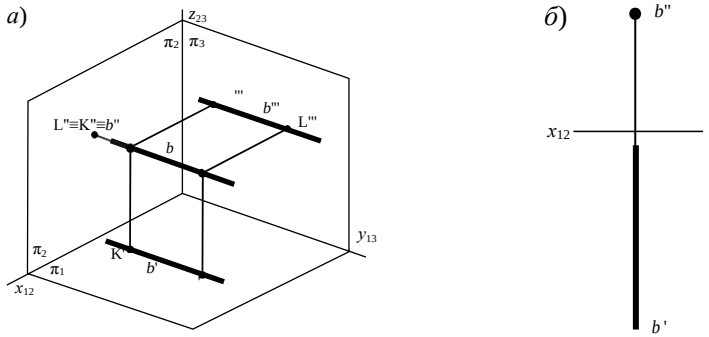


Рисунок 1.25 - Фронтально-проецирующая прямая.
Комплексный чертёж фронтально-проецирующей прямой

Профильно-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций: $c \perp \pi_3$ (рисунок 1.26, *а*). Комплексный чертёж профильно-проецирующей прямой показан на рисунке 1.26, *б*.

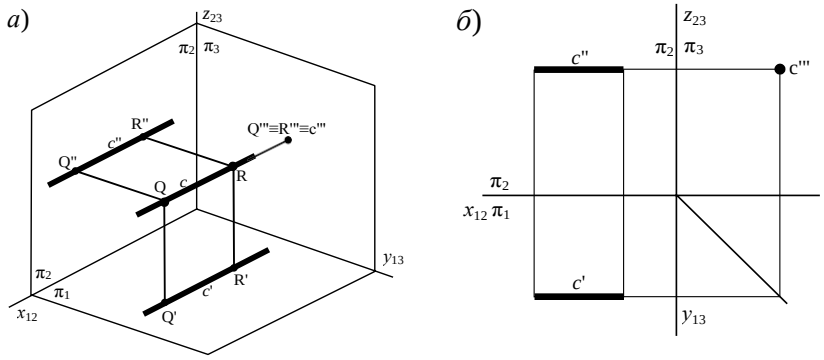


Рисунок 1.26 - Профильно-проецирующая прямая.
Комплексный чертёж профильно-проецирующей прямой

1.3.2 Следы прямой линии

Следами прямой называют точки её пересечения с плоскостями проекций. В зависимости от того, какую плоскость проекций пересекает прямая в данной точке, различают *горизонтальный, фронтальный и профильный след*.

На бесконечной прямой *а* выделим отрезок АВ и построим проекции прямой и отрезка на плоскости π_1 и π_2. На рисунке 1.27, *а* представлено наглядное изображение пересечения прямой *а* с горизонтальной (точка N) и фронтальной (точка M) плоскостями проекций.

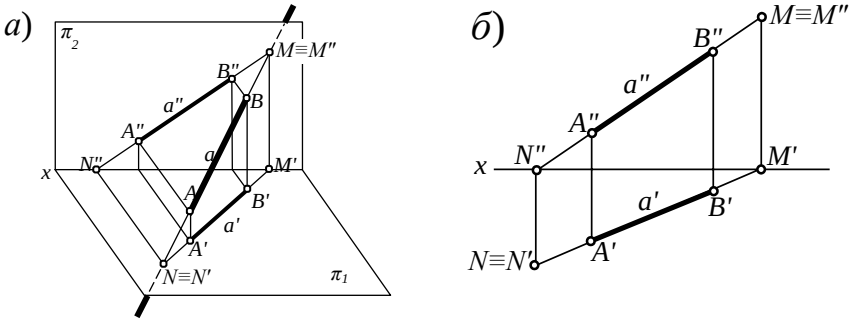


Рисунок 1.27 - Следы прямой линии.
Комплексный чертёж следов прямой

На рисунке 1.27, *б* представлен комплексный чертёж пересечения прямой с горизонтальной и фронтальной плоскостями проекций.

На комплексном чертеже фронтальная проекция горизонтального следа прямой ***N"*** располагается на фронтальной проекции *a*" прямой и на оси проекций ***x***, т. е. на их пересечении.

Горизонтальная проекция фронтального следа прямой ***M'*** должна, в свою очередь, располагаться на горизонтальной проекции прямой и на оси проекций ***x***, т. е. на их пересечении.

1.3.3. Взаимное положение прямых линий

Прямые линии в пространстве могут быть параллельными, пересекающимися или скрещивающимися.

*Параллельные линии***.** Если прямые параллельны (рисунок 1.28, *а*), то их одноименные проекции параллельны:

$$a \parallel b \rightarrow (a' \parallel b') = (a'' \parallel b'')$$

Комплексный чертёж параллельных прямых *a* и *b* показан на рисунке 1.28, *б.*

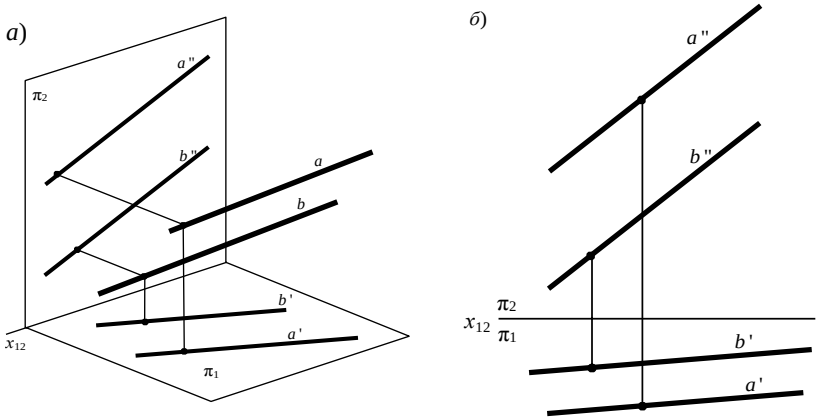


Рисунок 1.28 - Параллельные прямые *a* и *b*.
Комплексный чертёж параллельных прямых

Пересекающиеся прямые имеют общую точку (рисунок 1.29, *а*), поэтому и точки пересечения их одноименных проекций лежат на

общей линии связи. Комплексный чертёж пересекающихся прямых *c* и *d* показан на рисунке 1.29, *б*.

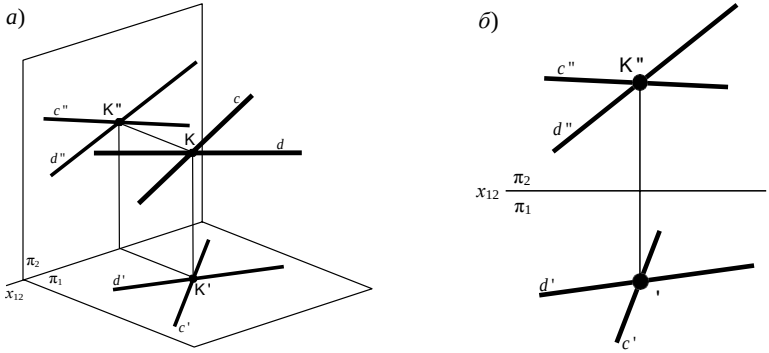


Рисунок 1.29 - Пересекающиеся прямые *c* и *d*.
Комплексный чертёж пересекающихся прямых

Скрещивающиеся прямые. Прямые, не имеющие общей точки пересечения и не параллельные между собой, являются скрещивающимися (рисунок 1.30, *а*). Проекции скрещивающихся прямых *m* и *n* показаны на рисунке 1.30, *б*.

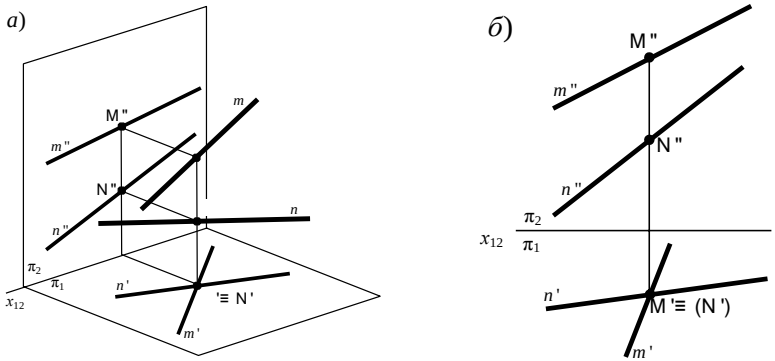


Рисунок 1.30 - Скрещивающиеся прямые *m* и *n*.
Комплексный чертёж скрещивающихся прямых

Пересекающиеся и параллельные прямые лежат в одной плоскости, а скрещивающиеся прямые лежат в двух разных плоскостях.

1.3.4 Принадлежность точки прямой линии

Точка принадлежит прямой, если её проекции принадлежат соответствующим (одноименным) проекциям прямой (рисунок 1.31).

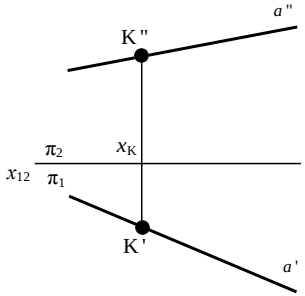


Рисунок 1.31 - Принадлежность точки прямой линии

1.4 ПЛОСКОСТЬ

1.4.1 Способы задания плоскости на чертеже

На комплексном чертеже плоскость может быть задана проекциями трёх точек: А, В и С (рисунок 1.32, *а*).

Если через две из трёх данных точек, например А и В, провести прямую, то та же плоскость будет задана проекциями прямой АВ и точкой С вне её (рисунок 1.32, *б*).

Если через проекции этих трёх точек А, В и С провести прямые, например из проекций точек А и С через проекцию точки В, то та же плоскость будет задана двумя пересекающимися прямыми (рисунок 1.32, *в*).

Наконец, если через проекции точек А и В провести прямую, а через проекции точки С вторую прямую, параллельную проекции АВ, то эта же плоскость будет задана проекциями двух параллельных прямых (рисунок 1.32, *г*).

Плоскость может быть ещё задана любой плоской фигурой (рисунок 1.32, *д*).

а) тремя точками, не лежащими на одной прямой

б) прямой и точкой, не лежащей на этой прямой

в) двумя пересекающимися прямыми

г) двумя параллельными прямыми

д) любой плоской фигурой

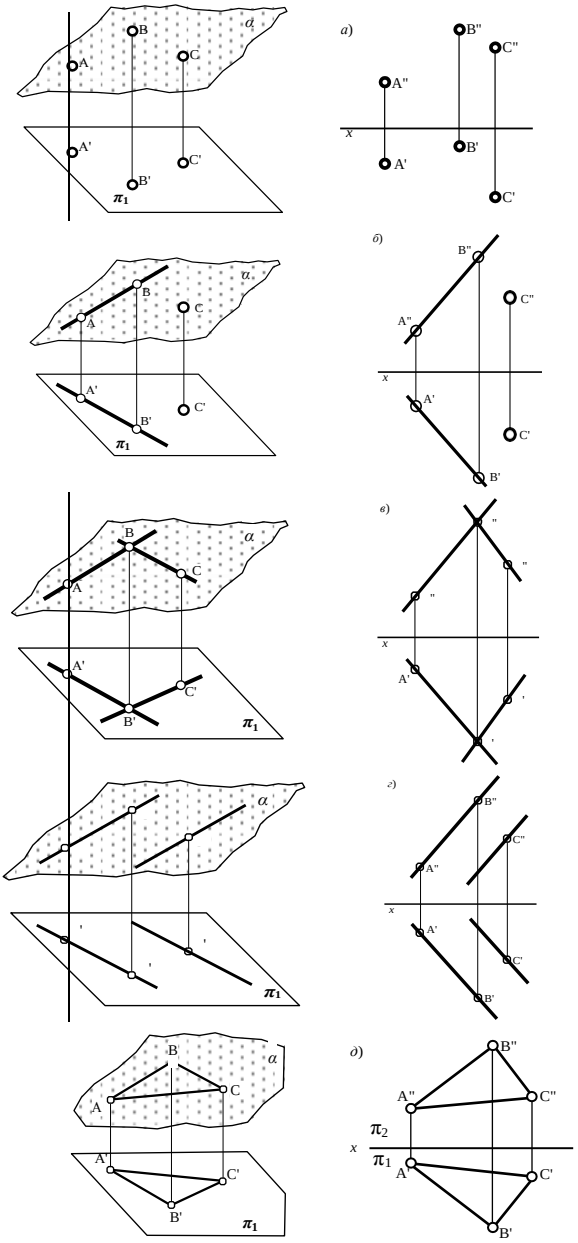


Рисунок 1.32 - Способы задания плоскости на чертеже

2 ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РГЗ

Выполнение индивидуальных расчётно-графических заданий (РГЗ) является одной из важных форм самостоятельной работы студента при изучении "Инженерной графики".

Выполнению РГЗ должно предшествовать изучение учебной литературы, конспекта лекций и методических рекомендаций.

Качество оформления эпюров должно соответствовать требованиям стандартов ЕСКД:

– ГОСТ 2.301–68 – Форматы;

– ГОСТ 2.302–68 – Масштабы;

– ГОСТ 2.303–68 – Линии;

– ГОСТ 2.304–81 – Шрифты чертёжные.

Чертежи следует разрабатывать в определённой последовательности по изученным ранее алгоритмам, соблюдая требования

ГОСТов и правила выполнения элементов чертежей и начертания букв, цифр, знаков, обозначений и символов.

Промежуточные и вспомогательные построения (оси проекций, линии связи, прямые уровня) выполняются тонкими (***яркими и чёткими!***) линиями. Все точки следует фиксировать маленькими окружностями (Ø ≈ 1,5 ... 2 мм) и обязательно обозначать буквами или цифрами. Обозначения точек, линий и т. п. располагаются параллельно горизонтальной линии рамки чертежа и выполняются чертёжным шрифтом № 5 в соответствии с ГОСТ 2.304-81.

Эпюры заданий РГЗ выполняются на чертёжной бумаге формата А4 (210 × 297) мм в масштабе М 1:1. Изображения на чертежах строят в точном соответствии с размерами, указанными в задании. На каждом листе основной сплошной линией проводится рамка на расстояниях: от линии обреза листа сверху, справа и снизу по 5 мм, слева - 20 мм.

3 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ РГЗ С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЙ

3.1 Индивидуальное задание РГЗ № 1.

Задание: РГЗ № 1 включает выполнение следующих задач.

По заданным координатам вершин треугольников *ABC* и *DEK* построить проекции (одним из двух вариантов 6.1.1 или 6.1.2 по указанию преподавателя):

две проекции Δ *ABC* и *DEK* в прямоугольной плоской системе координат и проекцию Δ *ABC* в прямоугольной изометрии;

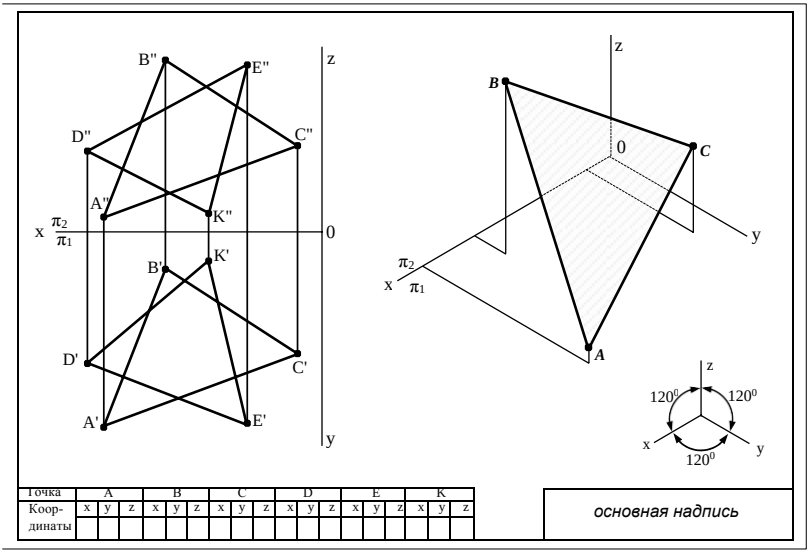
две проекции Δ *ABC* и *DEK* в прямоугольной плоской системе координат и проекцию Δ *ABC* косоугольной фронтальной изометрии.

Исходные данные: координаты вершин треугольников *A, B, C* и *D, E, K*. Значения координат приведены в таблице приложения А.1.

Пример выполнения графической работы для каждого варианта показан на рисунке 3.1, *а* или 3.1, *б*.

Таблицу оформляем в соответствии с рекомендациями п. 2 настоящего учебного пособия.

а) пример оформления эпюра варианта 6.1.1 задания РГЗ № 1



б) пример оформления эпюра варианта 6.1.2 задания РГЗ № 1

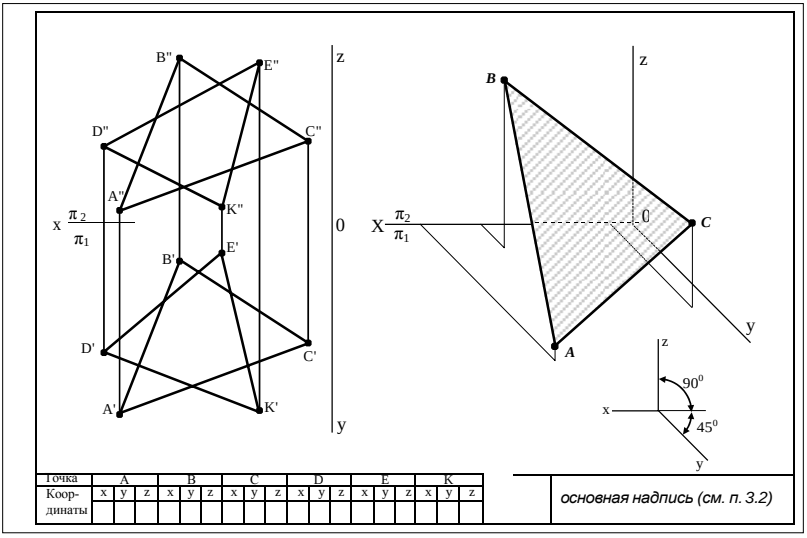


Рисунок 3.1 - Примеры выполнения и оформления эпюра задания РГЗ № 1

Решение

Поле для чертежа мысленно делим на две части. В левой части изображаются по две проекции треугольников *ABC* и *DEK*. В правой части чертежа выполняем аксонометрическую проекцию Δ*ABC*. ***Плоская система координат***. Для определения положения горизонтальной проекции *A′* точки *A* откладываем (рисунок 3.1) от начала координат в положительном направлении оси *x* (от точки *O* влево) заданное значении абсциссы *x* и определяем точку *Ax*; в положительном направлении оси *y* (от точки *O* вниз) откладываем заданное значение ординаты *y* и определяем положение точки *Ay*. Пересечения перпендикуляров, восставленных из точек *Ax* и *Ay* к соответствующим осям *x* и *y*, укажет положение горизонтальной проекции *A′* точки *A* (более подробно выполнение построений см. пункт 1.2.1 настоящего учебного пособия).

Фронтальная *A″* и горизонтальная *A′* проекции точки *A* принадлежат одному перпендикуляру к оси *x*, фронтальная проекция от оси *x* удалена на заданную величину аппликаты *z*. Для определения положения фронтальной проекции *A″* точки *A* откладываем от точки *Ax* на перпендикуляре к оси *x* значение аппликаты *z*.

Аналогично находим положение горизонтальных и фронтальных проекций всей остальных вершин треугольников. Вершины заданных треугольников соединяем между собой толстой линией.

Прямоугольная изометрия строится по координатам точек в осях, положение которых показано над основной надписью рисунка 3.1, *а*. В качестве примера покажем построение, например, вершины *A* (X_A, Y_A, Z_A). Из начала координат 0 в положительном направлении оси *x* откладываем отрезок X_A, затем из полученной точки параллельно оси *y* откладываем отрезок Y_A. Затем из полученной точки параллельно оси *z* откладываем отрезок Z_A. В результате получаем проекцию точки А). Проекции вершин *B* и *C* строим аналогично. Проекцию Δ*ABC* заштриховываем под углом 45^0к основной надписи.

Треугольник считается не прозрачной фигурой, поэтому видимые участки линий проводим сплошной линией, а не видимые - штрих-пунктирной.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Бродский А.М. Инженерная графика (металлообработка): учебник для студ. учреждений сред. проф. Образования / А.М. Бродский, Э.М. Фазлулин, В.А. Халдинов.-8-е изд., стер.- М.: Издательский центр «Академия», 2020.-400с

2 **ГОСТ 2.301–68** Единая система конструкторской документации. ФОРМАТЫ. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200006582 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

3 **ГОСТ 2.302–68** Единая система конструкторской документации. МАСШТАБЫ. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200006583 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

4 **ГОСТ 2.303–68** Единая система конструкторской документации. ЛИНИИ. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200003502 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

5 **ГОСТ 2.304–81** Единая система конструкторской документации. ШРИФТЫ ЧЕРТЁЖНЫЕ. URL:https://docs.cntd.ru/document/1200003502 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

6 ГОСТ 2.317-2011. Единая система конструкторской документации. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200086240 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

7 **ГОСТ Р 2.105-2019** НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ. Единая система конструкторской документации. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ТЕКСТОВЫМ ДОКУМЕНТАМ. URL: https://docs.cntd.ru/document/1200164120 (дата обращения: 30.07.2022). - Режим доступа: Электронный фонд правовых и нормативно-технический документов АО «Кодекс», 2022. - Текст: электронный.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А
(*обязательное*)

Таблица А.1 - Исходные данные для заданий РГЗ №1, РГЗ №2 и РГЗ №4 (координаты вершин треугольников *ABC* и *DEK)*

Вариант	Координаты вершин треугольников, в мм																	
	A			B			C			D			E			K		
	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	X_E	Y_E	Z_E	X_K	Y_K	Z_K
1	80	115	120	0	60	90	120	20	40	105	50	90	40	20	135	20	105	35
2	145	110	15	37	30	37	135	15	90	22	105	97	155	105	65	70	0	0
3	0	85	38	67	15	105	135	45	55	100	90	105	135	15	25	23	0	25
4	0	105	90	45	15	120	105	22	30	90	75	105	0	0	75	22	105	20
5	15	30	22	80	105	10	120	30	70	30	90	83	150	50	30	90	15	7
6	0	90	30	30	15	90	120	25	30	75	105	100	108	50	0	15	0	8
7	135	8	105	110	90	25	25	35	35	40	65	105	140	90	50	100	20	0
8	107	107	8	90	30	90	30	15	60	45	75	82	135	75	50	85	8	10
9	0	45	107	45	100	22	130	40	35	60	100	107	140	60	0	15	0	15
10	30	100	45	60	22	93	120	45	50	25	50	105	105	110	120	55	0	0
11	115	30	105	0	50	22	75	105	15	22	90	83	135	90	60	90	8	8
12	15	68	8	135	8	15	75	105	105	22	45	75	140	22	97	90	105	0
13	10	105	15	60	15	105	120	30	30	120	80	80	15	75	105	30	0	0
14	8	15	90	60	100	15	105	10	60	105	75	112	0	105	53	22	0	0
15	30	50	80	90	105	15	135	15	90	30	0	40	140	30	15	110	90	110
16	15	30	60	75	110	15	100	15	70	110	90	108	8	105	85	50	0	0
17	30	30	105	75	95	15	105	15	45	120	90	105	8	60	90	37	0	15
18	30	7	90	75	90	15	135	22	45	90	90	90	150	7	15	40	15	0
19	150	45	97	40	22	15	105	120	7	50	105	105	160	120	82	127	30	0
20	37	7	37	90	90	7	145	30	75	50	65	82	155	90	65	105	0	0
21	110	90	100	8	105	85	50	0	0	15	30	60	75	90	15	100	15	110
22	120	90	105	8	60	90	37	0	15	30	30	105	75	100	15	105	15	45
23	90	90	90	150	7	15	40	15	0	30	7	90	75	90	20	135	22	45
24	50	105	105	160	120	82	127	30	0	150	45	97	22	22	15	105	120	7
25	50	65	82	155	90	65	105	0	0	37	7	37	90	90	7	145	30	75
26	75	105	100	108	50	0	15	0	8	10	90	30	30	15	90	120	30	50
27	40	65	105	140	90	50	100	20	0	135	8	105	100	90	25	25	35	35
28	45	75	82	135	75	50	80	8	15	107	107	8	90	30	90	30	15	60
29	60	100	107	140	60	0	15	0	15	10	45	107	45	100	22	120	40	50
30	25	50	105	105	110	120	50	0	0	30	100	45	70	22	93	120	45	50